博弈論中尋決策

吳端偉
香港大學數學系

HKIE
14-3-2011

內 容

- 博弈論(Game Theory)淺介。
- 納殊均衡(Nash equilibrium)。
- 拍賣分析。
- 理性Vs非理性。

什麼是博弈論?

- Game Theory :
  - 遊戲理論、賽局論、
  - 對策論、博弈論。
- Game : 遊戲、賽局、博弈。

什麼是博弈論?

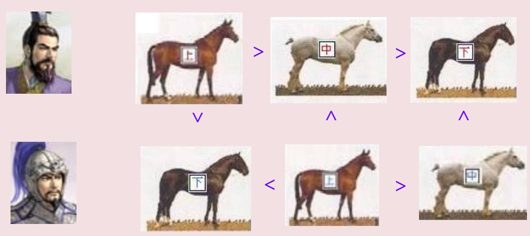
- 博弈論嘗試為理性決策者之間的衝突與合作建立數學模型。
- 它研究每一個理性決策者將如何根據其他對手的策略，去作出最有利自己的策略。

賽馬博弈

齊威王與大將田忌各擁三匹賽馬，質素如下。

每次雙方各出三匹馬，一對一比賽三場，
每一場負方要賠一千斤銅給勝方。

田忌每次都連輸三場。
後來他用以下策略才能反敗為勝。



■ 比賽下去，雙方都意識到不能用單一的策略。

■ 雙方都要用混合策略，例如田忌用$(\frac{1}{12},\frac{1}{12},\frac{1}{3},\frac{1}{6},\frac{1}{6},\frac{1}{6})$ 。

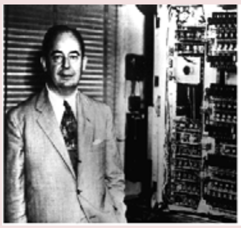
■ 「博弈論」嘗試推斷出雙方將用何種混合策略。

大將田忌

齊威王	上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
上中下	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1	1, -1
上下中	1, -1	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1
中上下	1, -1	-1, 1	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1
中下上	-1, 1	1, -1	1, -1	3, -3	1, -1	1, -1
下上中	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1	3, -3	1, -1
下中上	1, -1	1, -1	-1, 1	1, -1	1, -1	3, -3

馮 • 諾伊曼(John von Neumann)

- 博弈論是數學家馮 • 諾伊曼於1928年所創立。
- 生於1903，匈牙利。
- 曾參與原子彈的創造。
- 設計及建造第一部電腦。



馮 • 諾伊曼

- 被譽為最後一個數學全才，在幾個數學和理論物理的分枝做了很多基礎性的工作。
- 擁有驚人的記憶力和思考速度。

有人問馮 • 諾伊曼以下的問題。

向右走

10 m.p.h.

距離20哩

向左走

10 m.p.h.

向右走

蜜蜂的速度是 15 m.p.h.

向左走

幾 哩?

蜜蜂來來回回總共飛了多少哩呢?

- 方法一：找出每一次來回的路程，然後把它們加起來。

- 方法二：留意到兩單車將於一小時後相遇，所以蜜蜂飛了**15**哩。

- 馮 • 諾伊曼毫不費勁便找到答案，令問者以爲他一早已知第二個方法。
- 然而，馮 • 諾伊曼只是在腦中，快速的把所有距離加起來！

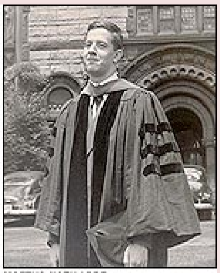
馮 • 諾伊曼

- 當馮 • 諾伊曼在1928年創立博弈論時，它只是純數學的一個分枝。
- 他與經濟學家摩根斯坦(Oskar Morgenstern)於1944年合作撰寫了＜博弈論的經濟行爲＞(Theory of Games and Economic Behavior)。

納殊的生平

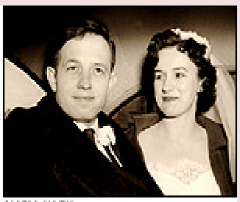
數學家約翰 • 納殊(John Nash)於1928年在美國出生。

年僅二十二歲便取得普林斯頓大學數學博士學位。

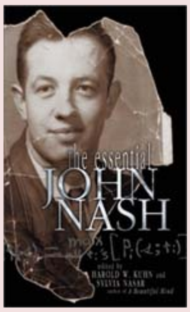

MARTHA NASH LEGG

當納殊申請普林斯頓大學研究院時，他的老師爲他所寫的推介信只有一行字：「此人是天才！」(This man is a genius)。

- 納殊於1951年，開始在麻省理工(MIT)任教。
- 不久，他便認識了一位名叫愛麗西亞 • 拉德
- (Alicia Larde)的物理系學生。
- 他們於1957年結婚。


ALICIA NASH

在1959年，30歲的納殊患上了精神分裂症，隨後多次進出精神病院。二十多年後，納殊奇蹟地康復過來。

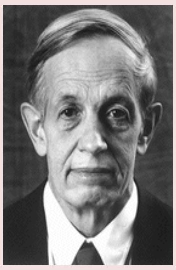


在他那只有二十七頁的博士論文
<<非合作性博弈>>
(Non-cooperative Games)，
納殊奠下了博弈論最重要的數學基礎。

在這論文裏，納殊大大發展了由
馮 • 諾伊曼 (John von Neumann)
所創立的博弈論。

- 在1994年，納殊，約翰 • 夏仙義(John C. Harsanyi)和雷恩哈德 • 塞爾頓 (Reinhard Selten) 同獲諾貝爾經濟學獎。

在1999年，納殊獲得 Steele 獎，以表揚他在純數學上的貢獻。



博弈論與經濟學

- 博弈論研究人們如何根據其他對手的策略，去作出最有利自己的策略。
- 由於經濟活動往往涉及策略的運用，博弈論因而大派用場。

報章減價戰

蘋果日報與東方日報正考慮應否減價 。

Vs

- 兩報可分別選擇減價或不減價。
- 假設兩報都不減價，則各可賺取二千萬。
- 若己方減價而對手不減價，則己方可賺取三千萬而對手則只能賺到五百萬。

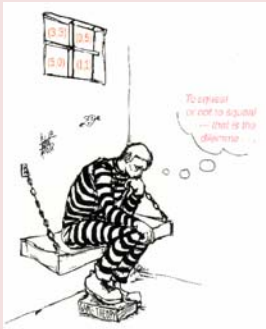
若兩報同時減價，則各可賺取一千萬。

		東方日報	
		減價	不減價
蘋果日報	減價	1, 1	3, 0.5
	不減價	0.5, 3	2, 2

蘋果 : (減 , 不減) > (不減 , 不減) > (減 , 減) > (不減 , 減)

東方 : (不減 , 減) > (不減 , 不減) > (減 , 減) > (減 , 不減)

疑犯困境 (Prisoners' Dilemma)



- 甲與乙被警方以藏械罪名拘捕。警方懷疑他們正準備持械行劫。兩人被單獨囚禁和盤問。
- 如果二人都承認意圖行劫，每人將被判入獄三年。
- 如果他們都不承認，則各判入獄一年。
- 如果一人否認而另一人承認，並且願意作證，那否認者將被判入獄五年，而承認者則可獲釋放。

疑犯困境

		乙	
		認罪	不認罪
甲	認罪	3, 3	0, 5
	不認罪	5, 0	1, 1

甲 : (認 , 不認) > (不認 , 不認) > (認 , 認) > (不認 , 認)

乙 : (不認 , 認) > (不認 , 不認) > (認 , 認) > (認 , 不認)

兩例的共同點

- 有兩個參與者，A 和 B。
- 每個參與者都有兩個策略，C 和D。
- 共有四個策略組合：
  (C, C) , (C, D) , (D, C), (D, D) 。
- 雙方都知道各策略組合的得失。

		東方日報 (B)	
		減價 (C)	不減價 (D)
蘋果日報 (A)	減價 (C)	1, 1	3, 0.5
	不減價 (D)	0.5, 3	2, 2

		乙 (B)	
		認罪 (C)	不認罪 (D)
甲 (A)	認罪 (C)	3, 3	0, 5
	不認罪 (D)	5, 0	1, 1

參與者 A 和 B 根據各決策組合的得失， 得到以下決策組合的優先次序。

參與者 A : $(C, D) > (D, D) > (C, C) > (D, C)$

參與者 B : $(D, C) > (D, D) > (C, C) > (C, D)$

- 參與者 A : $(C, D) > (D, D) > (C, C) > (D, C)$
- 參與者 B : $(D, C) > (D, D) > (C, C) > (C, D)$

- 如果我們能根據以上資料，分析出 A 和 B 的選擇，則可把結果應用到以上兩例。
- 我們將看到 A 和 B 都會選C ，雖然他們都知道 $(D, D) > (C, C)$ 。

何謂博弈?

- 前兩例都是博弈論 (Game Theory)裏博弈(game) 的例子。
- 每個博弈(game)是由以下四個條件來界定。

博弈的界定

1. 參與者的數目。
2. 參與者各自可選擇的全部策略。
3. 所有可能出現的策略組合。
4. 各參與者在每個策略組合的得失。

約會與博弈

- 一對夫婦計劃共渡週末。
- 丈夫想看足球比賽而太太則喜歡看電影。
- 雙方都希望跟對方一起。

丈夫應否犧牲?

		太太	
		足球	電影
丈夫	足球	2,1	0,0
	電影	0,0	1,2

		太太(B)	
		足球 (C)	電影 (D)
丈夫(A)	足球(C)	2, 1	0, 0
	電影 (D)	0, 0	1, 2

丈夫: (足球, 足球) > (電影，電影) > (足球，電影) = (電影，足球)

太太: (電影，電影) > (足球，足球) > (足球，電影) = (電影，足球)

參與者 A : $(C, C) > (D, D) > (C, D) = (D, C)$

參與者 B : $(D, D) > (C, C) > (C, D) = (D, C)$

最後通牒博弈 (Ultimatum Game)

如果有現金一百元，無條件送給你跟另一個不認識的人去分配，你有優先權決定自己要拿多少，剩下的給對方，但是對方可以選擇接受或不接受剩下的錢。

如果對方接受，你可以拿到你想要的，譬如八十或五十元；不過，如果對方不認同你的分法，很抱歉，兩個人誰一毛錢都拿不到。

你會怎麼分配這一百元?

博弈的解
(Solution of a game)

- 對每一個博弈，我們都希望知道每個參與者將如何決策。
- 所有參與者的最後決策便構成博弈的解 (solution of a game) 。
- 試找出「疑犯困境」的解。

如何找出博弈的解

假設甲認罪，乙應該如何決策?

		乙	
		認罪	不認罪
甲	認罪	3, 3	0, 5
	~~不認罪~~	~~5, 0~~	~~1, 1~~

如何找出博弈的解

假設甲不認罪，那麼乙應該怎樣做?

		乙	
		認罪	不認罪
甲	~~認罪~~	~~3, 3~~	~~0, 5~~
	不認罪	5, 0	1, 1

上策(Dominant Strategy)

- 無論其他對手怎樣選擇，這個策略給某參與者帶來的得益，都比任何其他策略爲高。
- 乙和甲的上策都是認罪。
- 若乙與甲都是理性的，則他們都會選擇認罪。

博弈的解(結果)

		乙	
		認罪	不認罪
甲	認罪	<u>3, 3</u>	0, 5
	不認罪	5, 0	1, 1

上策均衡
(Dominant Strategy Equilibrium)

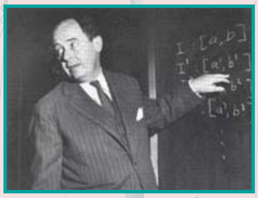
- 如果每個參與者都有一個上策，則他們都會選擇其上策，我們因而得知博弈的結果。
- 如果每個參與者都選擇其上策，則這個策略組合稱爲「上策均衡」。

上策均衡

- 處於「上策均衡」時，則每個參與者都不會改變自己的策略。
- 如果一個博弈存在「上策均衡」，那麼每個參與者將依從這個均衡去作出選擇，我們因此可以推斷出他們的行爲。

上策均衡的存在

- 馮 • 諾伊曼証明了對一類特殊的二人博弈，「零和博弈」(zero-sum game)，上策均衡必定存在。
- 可是對大部份的博弈，上策均衡都不存在。



假設丈夫選了足球，太太應選?

		太太(B)	
		足球 (C)	電影(D)
丈夫 (A)	足球(C)	2, 1	0, 0
	~~電影 (D)~~	~~0, 0~~	~~1, 2~~

假設丈夫選了電影，太太應選?

		太 太(B)	
		足球 (C)	電影 (D)
丈 夫(A)	~~足球(C)~~	~~2, 1~~	~~0, 0~~
	電影(D)	0, 0	1, 2

所以太太並沒有「上策」，
因此這個博弈並沒有「上策均衡」。

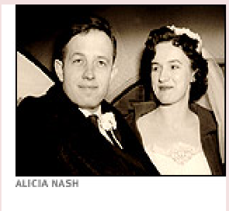
當上策均衡都不存在時，我們應該怎麼辦呢?

嘗試爲每個博弈引入比「上策均衡」更一般的解的概念，並証明每個博弈都最少要有一個這樣的解。

納殊如何獲得諾貝爾經濟學獎?

- 在納殊的博士論文裏，他引入了現稱爲混合納殊均衡 (**mixed Nash equilibrium**)的概念。它是一種比上策均衡更一般的解。
- 納殊証明，一般地，每個博弈都最少要有一個混合納殊均衡。

有你終生美麗 A Beautiful Mind



尋找新解

- 若我們的理論能推算出一個博弈的解 (結果) ，則這個解應該有什麼特性呢?
- 假設我們的理論能推算出參與者甲、 乙和丙必會分別選擇策略 A, B 和 C。

尋找新解

- 試想像，如果甲知道乙和丙將會分別選擇 B 和 C ， 那麼他會否不再選 A 呢?
- 如果我們的理論有效， 甲依然會選擇 A 。
- 同樣道理，如果其他人都不改變的話，乙和丙都不會改變各自的策略。

納殊均衡(Nash Equilibrium)

一個策略組合稱為「納殊均衡」，如果所有參與者都不會獨自改變他們已選擇的策略。

實例一： 悶堂不早退

- 在一個很沉悶的演講會上，參加者可選擇早退或繼續留下聽講。
- 為怕在同事心目中留下壞印象，所以沒有人希望自己成為第一個早退的參加者。
- 所有人將選擇「繼續留下」，這正是一個「納殊均衡」。

實例二： 平均分賬

- 十位同學一起吃晚飯，各人可以選擇分別為五十元的普通套餐或八十元的超級套餐，最後以平均分賬的方法付款。

- 每人都選擇一個五十元餐，並不是一個「納殊均衡」。
- 每人都選擇一個八十元餐又如何?

「上策均衡」與「納殊均衡」

- 當處於「上策均衡」時，每一個參與者都不會再改變自己的策略。
- 當處於「納殊均衡」時，每一個參與者都不會獨自改變自己的策略。
- 因此「上策均衡」必定是「納殊均衡」。

納殊均衡的例子

		乙	
		認罪	不認罪
甲	認罪	3, 3	0, 5
	不認罪	5, 0	1, 1

		太太(B)	
		足球 (C)	電影 (D)
丈夫(A)	足球(C)	2, 1	0, 0
	電影 (D)	0, 0	1, 2

非納殊均衡

- 在電影中，納殊建議大家追求彼此心中的次選。
- 「所有人皆選擇次選」這個策略並不是「納殊均衡」。因爲當有人確定其餘四人都不會追求那位金髮美女時，他就必定轉去追求她。

混合納殊均衡

要明白「混合納殊均衡」，先要了解「納殊均衡」和「混合策略」。

三人遊戲

- 每人只可以豎起一隻或兩隻手指。
- 唯一豎起一隻手指的，可獲一元獎金。
- 唯一豎起兩隻手指的，可獲兩元獎金。

- 除這兩個情況外，參與者將不會獲任何獎金。
- 你能找出這個遊戲的所有「納殊均衡」嗎?

混合策略

若重覆這個遊戲多次，參與者須決定豎起一隻手指或豎起兩隻手指的百分比，好使自己可以獲得多些獎金。

如百分比是10%豎起一隻手指，90 %豎起兩隻手指，就是「混合策略」。

混合納殊策略

- 對於「混合策略」， 我們亦考慮相應的納殊均衡， 這就是「混合納殊均衡」 。
- 可以計算出這個遊戲的「混合納殊均衡」， 是各人均選擇約41%豎起一隻手指，59 % 豎起兩隻手指。

納殊的諾貝爾得獎定理

每個 n 人非合作博弈都至少有一個混合納殊均衡。

Every finite n-player non-cooperative game has a mixed Nash equilibrium.

馮 • 諾伊曼証明：

每一個二人「零和博弈」(zero-sum game)，都有一個 「混合上策均衡」 。

三人遊戲的混合納殊均衡

假設 p, q, r 分別是 A, B, C 豎起一隻手指的機會率。

若C 豎起一隻手指 (r)		B 一隻手指 (q)	B 兩隻手指 (1-q)
A	一隻手指 (p)	0,0,0	0,2,0
A	兩隻手指 (1-p)	2,0,0	0,0,1

若C 豎起兩隻手指 (1 - r)		B 一隻手指 (q)	B 兩隻手指 (1-q)
A	一隻手指 (p)	0,0,2	1,0,0
A	兩隻手指 (1-p)	0,1,0	0,0,0

C 豎起一隻手指 (r)		B 一隻手指 (q)	B 兩隻手指 (1-q)
A	一隻手指 (p)	0,0,0	0,2,0
A	兩隻手指 (1-p)	2,0,0	0,0,1

C 豎起兩隻手指 (1 - r)		B 一隻手指 (q)	B 兩隻手指 (1-q)
A	一隻手指 (p)	0,0,2	1,0,0
A	兩隻手指 (1-p)	0,1,0	0,0,0

- A 的期望得益是 $E_A(p,q,r) = 2(1-p)qr + 1p(1-q)(1-r)$.
- B 的期望得益是 $E_B(p,q,r) = 2p(1-q)r + 1(1-p)q(1-r)$.
- C 的期望得益是 $E_C(p,q,r) = 1(1-p)(1-q) + 2pq(1-r)$.

- 設 (p^*,q^*,r^*) 為 一 混合納殊均衡, $0 \le p^*,q^*,r^* \le 1$.
- 由混合納殊均衡的定義, 可知

I) 對A 和 所有 $0 \le p \le 1$,

(1) $E_A(p^*,q^*,r^*) \ge E_A(p,q^*,r^*)$

II) 對B 和 所有 $0 \le q \le 1$,

(2) $E_B(p^*,q^*,r^*) \ge E_B(p^*,q, r^*)$

III) 對C, 和 所有 $0 \le r \le 1$,

(3) $E_C(p^*,q^*,r^*) \ge E_C(p^*,q^*, r)$

- 這三條不等式的解為

$p^* = q^* = r^* ≑ 0.4142.$

- 所以「混合納殊均衡」應為各人均選擇約 41% 豎起一隻手指， 59 %豎起兩隻手指。

http://hkumath.hku.hk/~ntw/NgTWbook.pdf

齊威王田忌賽馬

比賽下去， 雙方都意識到要運用混合策略。

大將田忌

齊威王		上中下	上下中	中上下	中下上	下上中	下中上
	上中下	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1	1, -1
	上下中	1, -1	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1
	中上下	1, -1	-1, 1	3, -3	1, -1	1, -1	1, -1
	中下上	-1, 1	1, -1	1, -1	3, -3	1, -1	1, -1
	下上中	1, -1	1, -1	1, -1	-1, 1	3, -3	1, -1
	下中上	1, -1	1, -1	-1, 1	1, -1	1, -1	3, -3

可以証明這個博弈的混合納殊均衡是齊威王和田忌，都以 1/6 的相同概率隨機選擇各自的六個純策略 。

納殊理論的應用

- 演化生物學
- 政治科學
- 博弈論
- 拍賣

博弈的種類

- 靜態與動態。
- 完全信息與不完全信息。
- 非合作與合作。
- 在「納殊均衡」的基礎上，引進適當的解。

拍賣品的價值

- 私人價值(private value)：

若是競標者對拍賣品的評價獨立於其他競標者的評價，而且此價值只有競標者自己知道，我們即稱此拍賣品具有私人價值。

Marc Chagall, 1887-1985

- 共有價值(common value):

若不管誰得標，對任何競標者的價值都相同，只是估測值不同而已，我們則稱此競標品具有共有價值。
例子: 油田

拍 賣

- 四種常見的拍賣形式分別為：

- 英國式(English auction)
- 荷蘭式(Dutch auction)
- 最高價密封式(sealed first price auction)
- 次高價密封式(sealed second price auction)

拍賣形式

- 英式拍賣:拍賣者會設定一個最低的加價額度，競標者不斷地加價，當無人再加價時，拍賣即告結束，是最常見的拍賣形式。
- 荷蘭式拍賣:拍賣者先宣告一個價格，然後逐步降價，一直到有人接受所宣告的價格爲止。接受宣告價格的競標者就是贏家，支付宣告的價格。例子有荷蘭花卉拍賣，Google IPO 。

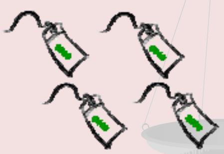
拍賣形式

- 密封式拍賣: 所有競標者同時送出標金，任何競標者在決定標金時，並不清楚其他競標者的標金。由出最高價者得標。
- 次高價式拍賣: 由出最高價者得標，支付第二高標的價格。例子: eBay 拍賣。

最高價密封式拍賣

WINNER!
Pays $700

次高價密封式拍賣



WINNER!
Pays $500

次高價密封式拍賣的上策

- “eBay always recommends bidding the absolute maximum that one is willing to pay for an item early in the auction.”
  (eBay.com, 2002)
- 誠實爲上策？ (Honesty is the best policy ?)
- 贏家詛咒? (Winner’s curse ?)
- Bidding one’s true valuation is a dominant strategy because

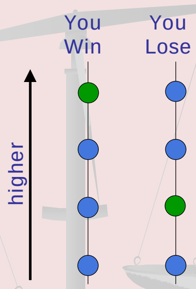
  the amount a bidder pays is not dependent on her bid.

次高價密封式拍賣的上策

Your bid

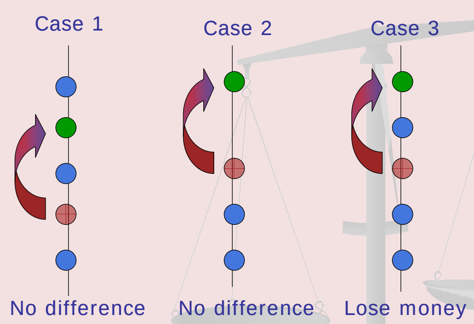
Others’ bids

Your value



Slide courtesy of Mike Shor, Vanderbilt University.

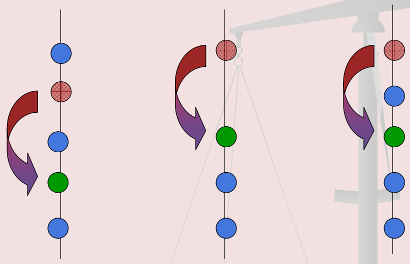
Bidding higher than my valuation is not a dominant strategy



Slide courtesy of Mike Shor, Vanderbilt University.

Bidding lower than my valuation is not a dominant strategy

Case 1 | Case 2 | Case 3

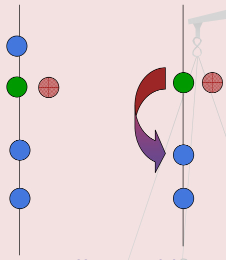


No difference | No difference | Lose money

Slide courtesy of Mike Shor, Vanderbilt University.

Bidding my valuation is a dominant strategy

Case 1 — You Lose | Case 2 — You Win



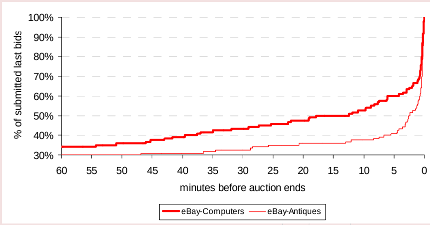
Zero payoff | Positive payoff

Everyone bids at his valuation is a dominant strategy equilibrium.

韋克瑞 (William Vickrey)

- 次高價密封拍賣由韋克瑞 (William Vickrey)引入， 用以令出價者願意揭露他們的真正估值。
- 他運用「納殊均衡」去証明，如果每個人都不會因知道對手的估價而改變自己的估價， 則無論拍賣者用以上那一種拍賣方式， 其拍賣價都是一樣。
- 於1996年獲諾貝爾經濟學獎。
- Winner's curse ?

拍賣狙擊 (Sniping)



share of bids in eBay	
last hour	68 %
10 minutes	55 %
5 minutes	50%
1 minute	37 %
10 seconds	12 %

Cumulative distributions of auctions' last bids on eBay

"... bidding high at the last minute and letting chance determine the outcome is better for both players than bidding high early and precipitating a bidding war."

Hal Varian

Slide courtesy of Yan Chen, University of Michigan.

Amazon's soft close

"We know that bidding may get hot and heavy near the end of many auctions. Our Going, Going, Gone feature ensures that you always have an opportunity to challenge last-second bids. Here's how it works:

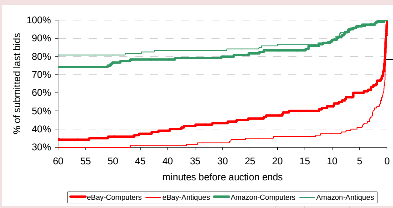
whenever a bid is cast in the last 10 minutes of an auction, the auction is automatically extended for an additional 10 minutes from the time of the latest bid.

This ensures that an auction can't close until 10 'bidless' minutes have passed."

[Amazon.com, 2002]

Slide courtesy of Yan Chen, University of Michigan.

eBay Vs Amazon



share of bids in ...	eBay	Amazon
last hour	68 %	23 %
10 minutes	55 %	11 %
5 minutes	50%	3 %
1 minute	37 %	0.4 %
10 seconds	12 %	0 %

More experienced bidders on eBay bid later, while experience in Amazon has the opposite effect.

Slide courtesy of Yan Chen, University of Michigan.

A government can design a auction mechanism carefully to achieve some specific goals, e.g. maximizing revenues.

理性 Vs 非理性

最後通牒博弈你會怎麼分配那一百元?

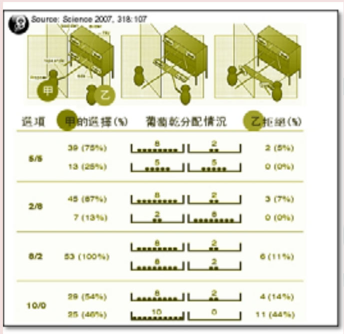
大部分的回應者會選擇拒絕 20% 以下剩下的金額，當做是對分配者分配不公平的逞罰。這理性

黑猩猩會怎麼分配那一百元?

Chimpanzees Are Rational Maximizers in an Ultimatum Game
Keith Jensen,* Josep Call, Michael Tomasello, *Science* 5 October 2007: Vol. 318. no. 5847, pp. 107 - 109

http://www.sciencemag.org/cgi/content/abstract/318/5847/107

黑猩猩比人理性?



http://scipao.blogspot.com/2007/10/chimpanzees-in-ultimatum-game.html

http://www.sciencemag.org/content/vol318/issue5847/images/data/107/DC1/1145850s1.mov

http://www.sciencemag.org/content/vol318/issue5847/images/data/107/DC1/1145850s2.mov

美國有多少汽車?有三億?

御龍山巨無霸叫價1.1億
面積4178呎 呎價近2.7萬(明報 08年5月 8日)

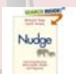
信和御龍山呎價萬二一鋪賺盡(壹週刊 08年5月 8日)

Game Theory Books

- The Art of Strategy: A Game Theorist's Guide to Success in Business and Life by Avinash K. Dixit and Barry J. Nalebuff,2008.
- Games of Strategy, Avinash K. Dixit and Susan Skeath, 2004.
- An introduction to game theory, Martin J. Osborne, 2003. (http://www.economics.utoronto.ca/osborne/igt/index.html)

Behavioral Economics Books

- Nudge: Improving Decisions About Health, Wealth, and Happiness by Richard H. Thaler and Cass R. Sunstein, 2008.
- 別做正常的傻瓜,奚愷元(Christopher K. Hsee), 2006.



Online game theory course:
http://academicearth.org/courses/game-theory

多 謝 ！